Lógica Paraconsistente e Física

Observações sobre a aplicação das lógicas paraconsistentes à física

N.C.A. da Costa e D. Krause

Nov. 2003

Dedicado a Michel Paty

“Ele expressa suas opiniões como alguém que está perpetuamente tateando, e nunca como alguém que acredita que detém a verdade definitiva.” (Einstein sobre Bohr)

Lógica e Física

- Sexto Problema de Hilbert (1900)
- Lógica: ‘outras lógicas’ (não-clássicas)
- Mecânica Quântica:
- Birkhoff & von Neumann (1936); ‘lógica’?
- P. –D. Février (1937), H. Reichenbach (1944)
- M. Strauss (1936), P. Suppes (1961,1964),...

Inconsistências

- Cap. 5: “Inconsistências na Ciência”
- *in* da Costa e French, *Science and Partial Truth* (Oxford Un. Press, 2003).
- Verdade em Física (M. L. Dalla Chiara e T. di Francia: verdade ‘empírica’)
- Complementaridade
  - **Aspectos da Lógica Clássica**
- $\vdash \alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$ (Lei de Duns Scotus): de uma contradição ‘tudo’ se segue.
- Se $\vdash \alpha$ e $\vdash \neg\, \alpha$, então todas as fórmulas da linguagem de *T* são teoremas de *T*.
- Inconsistência $\leftrightarrow$ Trivialidade

Verdade "empírica": $F = m.a$

- F dá origem a um operador que assume valores em um intervalo real $[f - \varepsilon, f + \varepsilon]$.
- Valores 'aceitáveis' de F: $p \in [f_1, f_2]$
- Valores 'aceitáveis' de m: $q \in [m_1, m_2]$
- Valores 'aceitáveis' de a: $r \in [a_1, a_2]$
- Há p_1, q_1, r_1 *tais que* $p_1 = q_1.r_1$
- Há p_2, q_2, r_2 *tais que* $p_2 \neq q_2.r_2$
- Logo: $F = m.a$ e também $F \neq m.a$
- Porém, não se tem "$F = m.a \wedge F \neq m.a$"
- (Não há p,q,r tais que $p = q.r$ *e* $p \neq q.r$)

Complementaridade

- "...aspectos diferentes da descrição de um sistema físico, aparentemente incompatíveis, mas ambos necessários para uma descrição completa do sistema." (Bohr)
- "O fenômeno por meio do qual, no domínio atômico, objetos exibem propriedades tanto de partículas quanto de ondas, as quais na física macroscópica clássica são categorias mutuamente exclusivas." (Bohr)
- "...tipos de informação aparentemente incompatíveis..." (Bohr)
- "Informações que não podem ser combinadas em um quadro único por meio dos conceitos ordinários." (Bohr)

P. –D. Février (1937)

- “la logique est d’abord une science naturelle”
- “une physique de l’objet quelconque” (F. Gonseth 1935)
- Lógica: teoria da realidade
- Adaptada ao particular domínio em análise
- Não é universal e nem única
- Os princípios usuais da lógica (identidade, não contradição,...) são abstrações feitas a partir da nossa experiência com objetos físicos comuns.
- Février: As relações de Heisenberg não são conseqüência do formalismo matemático, *mas leis básicas que devem direcionar a lógica dos micro-objetos*.

Février: idéias gerais

- Proposições complementares: sua conjunção não pode ser realizada; p & q recebe sempre o valor ‘falso absoluto’, A.
- “Teorema”: Em uma teoria na qual há proposições experimentais complementares, *é necessário* usar a lógica trivalente, que é irredutível à clássica.
- Lógica ‘*trivalente*’?

Críticas

- 1) E. Nagel (JSL'37), McKinsey e Suppes (JSL'54): os argumentos a favor do "Teorema" não são conclusivos.
- 2) não há qualquer critério para distinguir entre proposições componíveis não componíveis.
- 3) Restrita ao nível proposicional, quando a quantificação é vista como necessária.
- 4) Février não se limita a "proposições experimentais": pretende que sua lógica se aplique também a proposições teóricas (da mecânica ondulatória).

Reconstrução de $L_{c,3}$: como lógica trivalente

M = < {T, F, A}, {T}, $\&_c$, $\&_i$, ►, v_c, v_i, ≡, ≈, →, N, ~ >

p	q	$p\&_cq$	$p\&_iq$	p►q	pv_cq	pv_iq	p≡q	p≈q	p→q	p	Np	~p
T	T	T	A	A	T	A	T	T	T	T	F	F
T	F	F	A	T	T	T	F	F	F	F	T	T
T	A	A	A	T	T	T	F	F	F	A	A	T
F	T	F	A	T	T	T	F	F	T			
F	F	F	A	A	F	A	T	T	T			
F	A	A	A	F	F	F	F	T	F			
A	T	A	A	T	T	T	F	F	T			
A	F	A	A	F	F	F	F	T	T			
A	A	A	A	A	A	A	T	T	T			

- Proposições *normais*: as de $L_{c,3}$ que assumem T ou F: a lógica das proposições normais é a lógica proposicional clássica.
- p & q *podem* ser compostas: terceiro valor, A.
- $\models p \,\&_i\, {\sim}p \rightarrow q$, $\models p \,\&_i\, Np \rightarrow q$, $\models {\sim}(p \,\&_i\, {\sim}p)$,
- $\not\models p \,\&_c\, {\sim}p \rightarrow q$, $\not\models p \,\&_c\, Np \rightarrow q$

  É possível reconstruir a lógica clássica em $L_{c,3}$
- Assim, não há porque não dizer que $L_{c,3}$ é a lógica da MQ, desde que o valor A se restrinja a 'proposições experimentais', as demais permanecendo a dois valores (proposições 'normais').
- A lógica subjacente a um dado domínio das ciências empíricas não está sempre totalmente determinada.

Lógicas Paraconsistentes

- São lógicas que podem fundamentar teorias inconsistentes (contendo duas teses da forma α e $\neg\alpha$) mas não triviais (nem todas as fórmulas são teoremas).
- $\nvdash \alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$ (Lei de Scotus)
- Origens históricas: Lukasiewicz, Jaskowski, Vasiliev, da Costa
- Hoje: várias versões

Alternativa Paraconsistente: $L_{c,3,p}$

$M = < \{T, F, A\}, \{T,A\}, \&_c, \&_i, \blacktriangleright, v_c, v_i, \equiv, \approx, \rightarrow, N, \sim >$

$\Gamma \models p$ see para toda valoração v tal que $v(q) = T$ ou A para toda $q \in \Gamma$, tem-se que $v(p) = T$ ou A.

Conseqüências:

1. $p \&_i \sim p$ tem sempre valor designado, A (é uma tautologia de $L_{c,3,p}$.
2. Nem toda proposição da linguagem de $L_{c,3,p}$ é uma tautologia (ex.: $p \&_c \sim p$).

$L_{c,3,p}$ é paraconsistente

- Desenvolver a axiomática correspondente.

Lógica da Complementaridade

- *Def.* [Conseqüência Paraclássica]

  Γ, α fórmulas de C (cálculo prop. clássico)

  $\Gamma \vdash_P \alpha$ see: (i) $\alpha \in \Gamma$ ou (ii) α é uma tautologia clássica ou (iii) existe um subconjunto Δ de Γ tal que $\Delta \vdash \alpha$ classicamente.

- *Def.* (a) Γ é P-trivial se $\Gamma \vdash_P \alpha$ para toda α

  (b) Γ é P-inconsistente se existe α tal que $\Gamma \vdash_P \alpha$ e $\Gamma \vdash_P \neg\alpha$.

- *Teo*. (i) $\Gamma = \{\alpha, \neg\alpha\}$ é P-inconsistente, mas P-não-trivial. (ii) $\{\alpha \wedge \neg\alpha\}$ é C-trivial, mas não P-trivial.

Lógica da Complementaridade

- *Def.* Uma teoria admitindo complementaridade é um conjunto T (de fórmulas da linguagem de C) fechada para a relação de P-conseqüência.

  Isto é, se $\alpha \in T$, então $T \vdash_P \alpha$.
- *Def.* [Proposições Complementares] São fórmulas α, β (da linguagem de T) tais que: (i) $T \vdash_P \alpha$, (ii) $T \vdash_P \beta$ e (iii) existe γ tal que $T, \alpha \vdash_P \gamma$ e $T, \beta \vdash_P \neg\gamma$ (em particular, $\alpha \vdash_P \gamma$ e $\beta \vdash_P \neg\gamma$).
- Conseqüências:
- $T, \alpha \vdash_P \gamma$ e $T, \beta \vdash_P \neg\gamma$ mas $T, \alpha, \beta \nvdash_P \gamma \wedge \neg\gamma$.
- A teoria pode trabalhar com proposições que implicam uma a negação da outra sem que se torne trivial ("p é uma partícula", "p é uma onda").

Mal-entendidos

- Deve a lógica paraconsistente substituir a lógica clássica em todas as aplicações desta?
- Núcleo de aplicações.

Lógica: é empírica?

- Lógica pura
- Lógica aplicada
- A possibilidade de reconstruir a lógica clássica em $L_{c,3}$ restringindo a prop. *normais* mostra que $L_{c,3}$ pode ser usada em MQ.
- G. Ludwig: MQ baseada na lógica clássica
- Ambos parecem estar certos

Pluralismo de possibilidades.

- “Devemos, em geral, estar preparados para aceitar que uma completa elucidação de um certo objeto [fenômeno] pode requerer pontos de vista diversos que opõem-se a uma descrição única.” (Bohr)