La Lógica de la Complementariedad

Décio Krause
Departamento de Filosofía
Universidad Federal de Santa Catarina
Florianópolis, SC – Brasil
www.cfh.ufsc.br/~dkrause

Buenos Aires, 6 Junio 2007

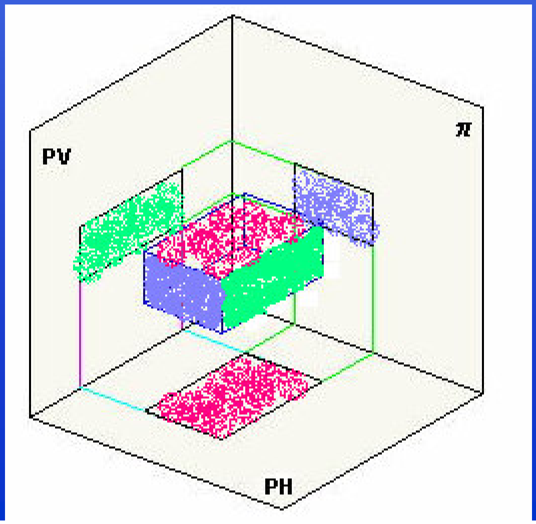
GLFC

Grupo de Estudos em Lógica e
Fundamentos da Ciência UFSC/CNPq

UFSC

La noción intuitiva de complementariedad

- Descripciones complementarias de un objeto son parciales, pero no se oponen una a la otra.
- Son como dos dibujos hechos de ángulos distintos …
- … de forma que, en conjunto, nos proporcionan una visón más detallada del objeto.
- (la épura de los ingenieros)
- Esa no es la idea de Bohr.



La idea general de la complementariedad según Bohr (aparentemente)

- Aún que no haya conjunto de conceptos clásicos que cubran totalmente el objeto a ser descrito,
- algunos de ellos fornecen informaciones relevantes y pueden ser considerados juntamente con otros que son compatibles con ellos para que se tenga una visión mejor del objeto (o de un fenómeno)
- Ese cuadro exige que se puedan realizar experimentos conjuntos para medir las cantidades físicas correspondientes a los conceptos relevantes (o sacar diferentes fotos del objeto de ángulos distintos).
- Pero este cuadro es incompatible, o contradictorio, con la idea de que no podemos elaborar *el mismo objeto* mediante condiciones experimentales distintas, o sea,
- Es imposible combinar los dos cuadros para formar una descripción más detallada do que las que se obtienen de cada una separadamente.

- El ejemplo de la épura no es adecuado.
- En efecto, ese cuadro presupone la existencia del objeto previamente a los experimentos, de forma que pueda ser retratado.
- Eso es contrario a la visión de Bohr de la física cuántica.
- Para él, los objetos y los fenómenos mismos dependen de las condiciones experimentales (la Interpretación de Copenhague).
- Las condiciones experimentales "… constituyen un elemento inherente de la descripción de cualquier fenómeno para lo cual el termo 'realidad física' pueda ser adecuadamente atribuido."(Bohr 1935).
- Esa "realidad física" no puede ser identificada con algo "independiente de nosotros" o *per se*.
- Trata-se de una realidad "empírica", o "contextual" (B. d'Espagnat 2006, p. 102).

- La primera referencia a la complementariedad
- 10 de Julio de 1927 : un manuscripto de Bohr

"… una teoría exhibe una dualidad cuando consideramos de un lado el principio de superposición y del otro lado la conservación de la energía y del momento (…) aspectos complementares de la experiencia que no pueden ser unificados en un cuadro espacio-temporal de las teorías clásicas".

Las dificultades de interpretación

- **Leon Rosenfeld (físico belga 1904-1974): "La concepción de Bohr de la complementariedad en mecánica cuántica no es la expresión de una 'posición filosófica específica', pero una parte inherente de la teoría que tiene la misma validad como su aspecto formal y es inseparable de ella."**
- **Carl von Weizäcker: una "lógica de la complementariedad", que entretanto no fue aceptada por Bohr (*cf.* Jammer 1974). M. Strauss (idem)**
- **Paulette Février (1937): una lógica trivalente con una conjunción que tiene valor verdad "falso absoluto" cuando envuelve proposiciones *incomposables*.**
- **Pero aparentemente Bohr veía el principio como parte de un principio epistemológico más general, que podría nos guiar no solamente en la física.**
- **"… las lecciones dadas por los desarrollos de la física reciente con respecto a la necesidad de una constante extensión del cuadro de los conceptos apropiados para la clasificación de las nuevas experiencias levan nosotros a una actitud epistemológica general que puede nos ayudar a evitar aparentes dificultades conceptuales también en otros campos de la ciencia." (Bohr, 1937)**
- **El principio de parece con un principio metodológico regulativo general.**
- **Pero podemos *también* (como quieren Rosenfeld y von Weizäcker) incorporarlo a las teorías propiamente, como veremos.**

¿Como interpretar el principio?

- "Informaciones sobre lo comportamiento de un objeto atómico obtenido por condiciones experimentales definidas pueden, de acuerdo con un terminología frecuentemente utilizada en la física atómica, ser adecuadamente llamadas *complementares* a cualquier información sobre el mismo objeto obtenido por otro experimento que excluya las primeras condiciones. A pesar de que tales informaciones no pueden ser combinadas en un cuadro único por medio de conceptos usuales, ellas representan de facto aspectos igualmente esenciales de cualquier conocimiento que puede ser obtenido en ese dominio del objeto en cuestión." (Bohr 1938)

- **Una teoría T, cuya lógica subyacente L tiene un símbolo de negación $\neg$ y una noción de deducción $\vdash$, admite complementariedad, y las proposiciones A y B son complementares, si hay una proposición C tal que $A \vdash C$ y $B \vdash \neg C$.**
- **Entonces, si L es la lógica clásica, o gran parte de las lógicas conocidas, tendremos**
- **$A \vdash C$**
- **$B \vdash \neg C$**
- **$A \wedge B \vdash C \wedge \neg C$.**
- **Evitaremos que la conjunción $A \wedge B$ pueda ser formada, pues en general (como en ese ejemplo), no hace sentido.**
- ¿Podemos modificar la lógica como deseamos ?

La lógica y la física

- Hay varios modos de se trabajar los fundamentos de una teoría física.

• La mecánica cuántica

- 1936 Birkhoff y von Neumann: origen de las "lógicas cuánticas" – en verdad, el estudio del reticulado de los subespacios de un espacio de Hilbert.
- G. Ludwig: la mecánica cuántica tratada con base en la lógica y las matemáticas clásicas.
- No decimos que la mecánica cuántica necesite de otra lógica, distinta de la clásica, pero que hay diferentes posibilidades de tratamiento de los fundamentos de una disciplina científica.
- Las diferentes formas de se mirar un dominio son diferentes perspectivas: pluralismo teórico.

- No hay *la* versión “verdadera”
- Todas son aceptables en cierta acepción.
- Solamente cuestiones de orden pragmática pueden justificar una o otra opción.
- Simplicidad, capacidad de expresión, etc.
- Para sustentar una concepción filosófica.
- Cada una de ellas nos da una visión del todo.
- Quizás todas ellas nos ayuden a entender mejor el dominio.

Las lógicas paraconsistentes

- Lógica clásica: $\vdash \alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$ (regla de Scotus: "*ex falso sequitur quodlibet*")
- 1. α
- 2. $\neg\alpha$
- 3. $\alpha \wedge \neg\alpha$ conjunción
- 4. $\alpha \wedge \neg\alpha \rightarrow \beta$
- 5. β de 1-4 por modus ponens
- O sea, dos teses contradictorias permiten que se deduzcan todas las fórmulas como teoremas.

- Def.: Una teoría (un conjunto Γ de proposiciones cerrado por deducciones) es *inconsistente* si tiene dos teoremas contradictorios .
- Def.: Una teoría Γ es *trivial* ssi $\Gamma \vdash \beta$ para cualquier β.
- De acuerdo con la lógica clásica, una teoría es inconsistente syss es trivial.

- Una lógica es paraconsistente si puede ser la lógica subyacente de teorías inconsistentes pero no triviales.
- La regla de Scotus no puede valer: de α y de $\neg\alpha$ no se puede derivar β cualquier.

La lógica Paraclásica

- N.da Costa & R.Vernengo 1999 (para aplicaciones en el razonamiento jurídico)
- Sea C el cálculo clásico de proposiciones y $\vdash$ el símbolo de deducción en C, definido de modo usual.
- Llamaremos de P la lógica que tiene el mismo lenguaje que C, pero con un concepto de para-deducción $\Vdash$, definido así:

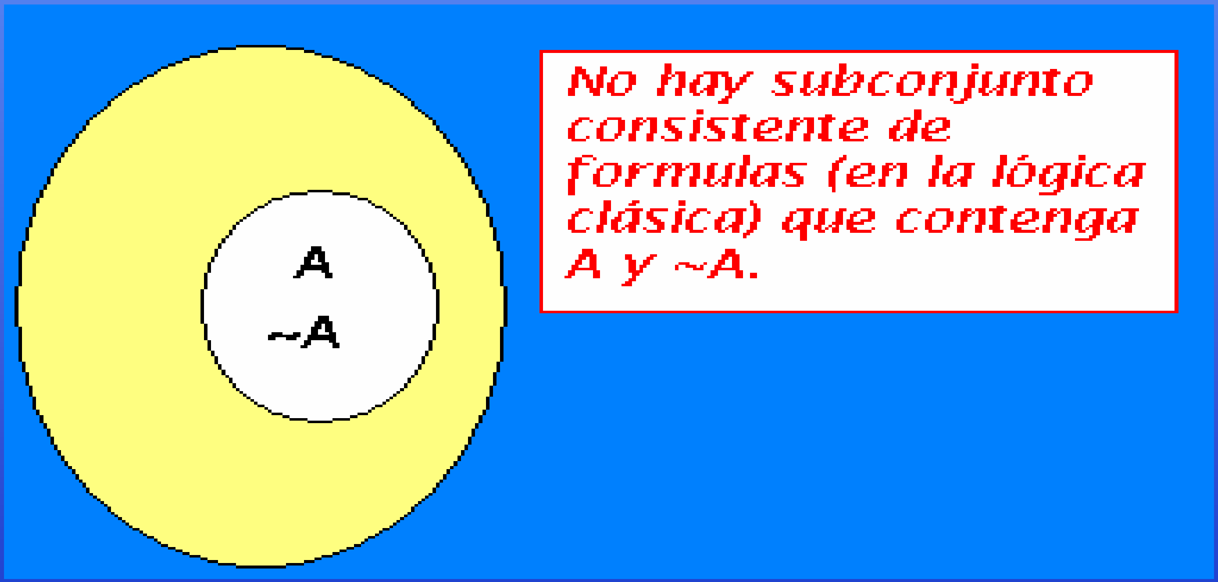
- **Definición:** (de $\Vdash$) Decimos que A es *p-deducible* de un conjunto Γ de proposiciones, y escribimos $\Gamma \Vdash A$, si
- A $\in \Gamma$, o
- A es una "tautología clásica" (o sea, una tautología en C), o
- existe un subconjunto $\Delta \subseteq \Gamma$, consistente en el sentido de la lógica clásica (o sea, no hay ninguna B tal que $\Delta \vdash B$ y $\Delta \vdash \neg B$) tal que $\Delta \vdash A$.
  - Caso contrario, escribimos $\Gamma \nVdash A$.

- Teorema:
- a) Si $\Gamma \vdash A$, entonces $\Gamma \Vdash A$.
- b) E particular, si $\vdash A$, entonces $\Vdash A$.
- c) Si Γ es consistente en C, entonces $\Gamma \vdash A$ syss $\Gamma \Vdash A$.
- d) ($\Vdash$ es monotónica) Si $\Gamma \Vdash A$ y si $\Gamma \subseteq \Delta$, entonces $\Delta \Vdash A$.
- e) La noción de p-consecuencia es recursiva.
- f) La lógica P es decidible (pues las tesis, o fórmulas válidas de P, son las de C).

- Esa lógica puede ser extendida a una lógica con cuantificadores y a lógicas de orden superior.

No hay conjunto Γ de formulas que sea consistente (en la lógica clásica) y que contenga A y ¬A.

Entonces, no se tiene que {A, ¬A} $\Vdash$ B para B cualquier.



Algunas definiciones y resultados

Definición: Un conjunto de fórmulas Γ es p-inconsistente si existe una fórmula A tal que $\Gamma \Vdash A$ y $\Gamma \Vdash \neg A$. Caso contrario, Γ es p-consistente.

Definición: Un conjunto Γ de fórmulas es p-trivial syss $\Gamma \Vdash A$ para toda fórmula A. Caso contrario, Γ es p-no-trivial.

- Teorema:
- a) Si A es una fórmula atómica, entonces $\Gamma = \{A, \neg A\}$ es p-inconsistente, pero p-no-trivial.
- Como $A \in \Gamma$ y $\neg A \in \Gamma$, entonces $\Gamma \Vdash A$ y $\Gamma \Vdash \neg A$
- Pero no se tiene que $\Gamma \Vdash B$ para cualquier formula B.
- Eso requiere que haya un subconjunto consistente Δ (de acuerdo con la lógica clásica) tal que $\Delta \vdash B$ para B cualquier, y eso no es posible.

- b) Si Γ es p-trivial, entonces es trivial (en C).
- c) Si Γ es no-trivial, entonces es p-no-trivial.
- d) Si Γ es p-inconsistente, entonces es inconsistente en el sentido de C.
- e) Si Γ es consistente en C, entonces es p-consistente.

Teorías con Complementariedad

- Definición (Comp-teorías) Una comp-teoría es un conjunto de fórmlas Γ que es cerrado por la relación de p-consecuencia.
  - Eso es, una comp-teoría es una teoría (conjunto de fórmulas cerrado por deducción) cuya lógica subyacente es P.

- Teorema: Como consecuencia del teorema anterior, existen comp-teorías que son p-inconsistentes, pero son p-no-triviales.
- Ejemplo: Considere Γ, consistente se acuerdo con la lógica clásica, y añada A y $\neg$A a Γ.
- Ese nuevo conjunto es inconsistente del punto de vista de C, pero es p-no-trivial.

- Motivación para la definición de proposiciones complementares:

- “Considerando las bien conocidas paradojas que son encontradas en las aplicaciones de la teoría cuántica a la estructura atómica, es esencial que se recuerden en esa conexión, que las propiedades de los átomos son siempre obtenidas observando sus reacciones en colisiones o por la influencia de la radiación, y que la (…) limitación de las posibilidades de mediciones es directamente relacionada a las aparentes contradicciones que tienen sido reveladas en las discusiones sobre la naturaleza de la luz y de las partículas materiales. Para enfatizar que nosotros no estamos en presencia de contradicciones reales, el autor [Bohr] sugirió en un artículo anterior el termo ‘complementariedad’. “ (Bohr 1929)

- Recordemos:
- “Una teoría T, cuya lógica subyacente L tiene un símbolo de negación $\neg$ y una noción de deducción $\vdash$, admite complementariedad, y las proposiciones A y B son complementares, si hay una proposición C tal que $A \vdash C$ y $B \vdash \neg C$.” Basados en esa idea intuitiva, entonces:

- **Definición (proposiciones complementares):** Sea T una teoría cuya lógica subyacente es P e sean A y B fórmulas de su lenguaje. Entonces A y B son complementares si existe una fórmula C (del mismo lenguaje) tal que:
- a) T $\Vdash$ A y T $\Vdash$ B
- b) T, A $\Vdash$ C y T, B $\Vdash$ $\neg$C
- (en particular, podemos tener A $\Vdash$ C y B $\Vdash$ $\neg$C).

- **Aunque C y $\neg$C sean teoremas de T, no se tiene que C $\wedge\neg$C es un teorema de T.**
- **Así, T puede contener A y B implicando formulas contradictorias, y eso no nos lleva a la trivialización.**
- Nota: podemos generalizar el concepto e introducir una lógica paraclásica asociada a una lógica L cualquier.

- Posible ejemplo:
- A: alguna cosa es una partícula
- B: alguna cosa es una onda **($\neg$A)**
- Tomemos C=A.
- Entonces **A $\Vdash$ A y B $\Vdash$ $\neg$A**
- **Pero A, B** $\Vdash$/- A $\wedge\neg$**A** **(A $\wedge$ B).**

El ejemplo de Bohr: la individualidad

- La doctrina de la complementariedad es generalmente entendida en términos de la dualidad onda-partícula.
- Pero en su trabajo de 1927 (la charla de Como), Bohr utilizo el concepto para contrastar superposición y individualidad, que para ello reflecten aspectos exclusivos pero complementarios de la realidad.
- “Las características complementarias de las exigencias aparentemente contrarias de individualidad y superposición encuentra su explicación en que cosas como partículas materiales y radiación libres en el espacio vacío son abstracciones de acuerdo con la teoría cuántica.” (Bohr 1927).

Combinación de teorías

- Podemos de ese modo considerar la idea de que tenemos teorías T y T'' ambas supuestamente consistentes y con una misma noción de deducción $\vdash$ (supongamos que la lógica subyacente a ambas las teorías es la clásica por simplicidad), pero que tienen teses contradictorias, digamos $T' \vdash A$ y $T'' \vdash \neg A$, y aún podemos considerar su junción $T = T' \cup T''$.
- Si la lógica de T es aún la clásica, entonces T es inconsistente, y por tanto trivial.
- Pero se fundamos T en la lógica paraclásica P, eso no ocurre.

- Esa es una respuesta al planteo de Jean-Louis Destouches de que dadas dos teorías físicas T’ y T”, siempre existe una teoría que las unifica, la *théorie unifiante* (Destouches 1937). Pero si T’ y T” contienen tesis contradictorias, él aconseja el uso de una lógica no clásica, como la lógica $L_{C,3}$ (la lógica trivalente de la complementariedad) de Paulette Fèvrier:

La lógica trivalente de Fèvrier

$M = \langle \{T, F, A\}, \{T\}, \&_c, \&_i, \blacktriangleright, v_c, v_i, \equiv, \approx, \rightarrow, N, \sim \rangle$

A es el "falso absoluto"

p	q	$p\&_cq$	$p\&_iq$	$p\blacktriangleright q$	pv_cq	pv_iq	$p\equiv q$	$p\approx q$	$p\rightarrow q$	p	Np	~p
T	T	T	A	A	T	A	T	T	T	T	F	F
T	F	F	A	T	T	T	F	F	F	F	T	T
T	A	A	A	T	T	T	F	F	F	A	A	T
F	T	F	A	T	T	T	F	F	T			
F	F	F	A	A	F	A	T	T	T			
F	A	A	A	F	F	F	F	T	F			
A	T	A	A	T	T	T	F	F	T			
A	F	A	A	F	F	F	F	T	T			
A	A	A	A	A	A	A	T	T	T			

A mi me parece claro que la lógica paraclásica puede ser más adecuada.

¿Otro caso?: las historias consistentes

- Roland Omnès: haciendo uso de un lenguaje con tonalidades realistas, intentó refinar las ideas de Bohr y hacer una reformulación de la mecánica cuántica en analogía con ideas de Griffiths y otros (las “historias consistentes”).
- Lo que distingue los mundos ‘clásico’ y ‘cuántico’ es que en ese último ha muchas “lógicas” (familias de historias consistentes) que pueden referirse a un cierto (mismo) sistema físico, pero que son incompatibles, puesto que obedecen a lógicas distintas (y incompatibles).
- La idea de “lógicas parciales”: de acuerdo con Omnès, hay lógicas internas consistentes de distintas historias, que conducen a la complementariedad.
- Una “historia” es, en síntesis, una serie de propiedades ocurriendo en tiempos distintos, y “consistente” es lo mismo que permitir la atribución de probabilidades (satisfaciendo las reglas usuales).

- Hay dos modos de tratar ese caso:
- a) usar las llamadas lógicas multideductivas, que contienen diversas nociones dededución, $\vdash_1, \vdash_2, \ldots, \vdash_n$, de modo que cada historia siega una cadena deductiva.
- b) la otra es colocar todas en un mismo sistema, y usar una lógica paraclásica como base. En ese caso, pude haber "misturas" de proposiciones, pero no se llega a una contradicción nueva.
- Esa alternativa me parece más general y intuitiva, y Omnès solamente exige que no haya combinaciones de proposiciones de historias distintas debido a la posibilidad de haber contradicciones.
- Pero con la lógica paraclásica, vimos que no es ese el caso.
- Dejamos esa idea como una sugestión de investigación.

- **MUCHAS GRACIAS**